

## 埋没材の硬化時膨張および加熱膨張に対する力学的解析

永沢 栄, 宮沢てる子, 中西哲生, 高橋重雄

松本歯科大学歯科理工学教室 (主任 高橋重雄 教授)

### Dynamic Stress Analysis on Effects of Length to Setting and Thermal Expansions of the Investment

SAKAE NAGASAWA, TERUKO MIYAZAWA, AKIO NAKANISHI and SHIGEO TAKAHASHI

*Department of Dental Technology, Matsumoto Dental College*

*(Chief: Prof. S. Takahashi)*

#### Summary

In this report, effects of length to setting and thermal expansions, (they were published by Yamane (1966) and Kozono (1971)) were elucidated by means of the dynamic stress analysis.

Results were follows ;

1. Setting expansion of the investment is prevented by casting ring and embedded wax pattern. The deformation of the mold is calculated as the same as the elastic material's deformation, with thier Young's modulus and Poisson's ratio.

2. The thermal expansion ( $\alpha$ ) of the investment is influenced externaly by the preventions against setting expansion due to casting ring and embedded wax pattern. But it is determined by the following equation, when the investment is heated higher than 300°C.

$$\alpha = a_1 + a_2 a \left( \frac{f}{f - \beta} \right) - \gamma$$

$\alpha$  ; Thermal expansion modulus of the investment.

$a_1$  ; Sum of thermal expansion caused with the refractory and the bonding material.

$a_2$  ; Absolute value of difference between thermal expansion modulus of the refractory and that of the bonding material.

$a$  ; Invariable number determined by the investment.

$f$  ; Porosities observed between the refractory and the bonding material.

$\beta$  ; Variation of porosities caused by some out side factors.

$\gamma$  ; Shrinkage caused by dehydration, heating at 200°C.

## 緒 言

鑄造精度に対する研究は、ようやく近年定量的<sup>1) 2)</sup>あるいは数値解析的<sup>3) 4)</sup>にとりあつかわれるようになってきた。またこのような研究には、多くの基礎的なデータが必要であり、その値が妥当なものでなくてはならない。しかしながら、この基礎的なデータには、現時点においてなお多くの疑問やバラツキが存在する。特に埋没材の特性値は、不安定なものとして知られており、硬化時膨張、加熱時膨張にも種々の報告がなされている。

硬化時膨張において、一般的には、JIS規格石こう硬化膨張計を用いて測定された値が用いられているが、山根らは、同硬化膨張計およびリング内同心円状鑄型寸法の測定により、埋没材硬化時膨張に標準距離依存性が存在するとして、各標準距離に対する種々の測定値<sup>5) 6) 7)</sup>を示している。この値は、標準距離が5mmの場合には、100mmの値の約5倍にもおよぶものであり、その隔りの大きさからも無視することのできない値である。

加熱時膨張については、熱膨張計により、種々の条件における詳細な研究が行なわれており、一般的な条件下においては、ほぼ確定したものである。しかしながら、各研究において、その測定値に不安定性が有ると報告<sup>8)</sup>されている。このことは、各実験条件に、いまだに取り入れられていない重要な要素の存在を意味している。小園らは、同心円状鑄型の熱膨張をリングレス状態で測定し、鑄型外径と内径を変えることにより、内径の熱膨張率に大きな差が生じることを報告<sup>9)</sup>している。この測定値は、従来報告されている値の2倍以上におよぶものもあり、重要な要因を見出す鍵になる可能性を持っている。

そこで著者らは、埋没材硬化時膨張の標準距離依存性と、加熱時膨張について、数値解析の発展性をも考慮して検討を加え、2, 3の知見を得たので報告する。

## 考 察

1. 埋没材硬化時膨張の標準距離依存性に対する力学的検討。

図1は山根らが、"齒科鑄造体の精度に関する研究(第3報)埋没材の硬化膨張率について"<sup>7)</sup>に

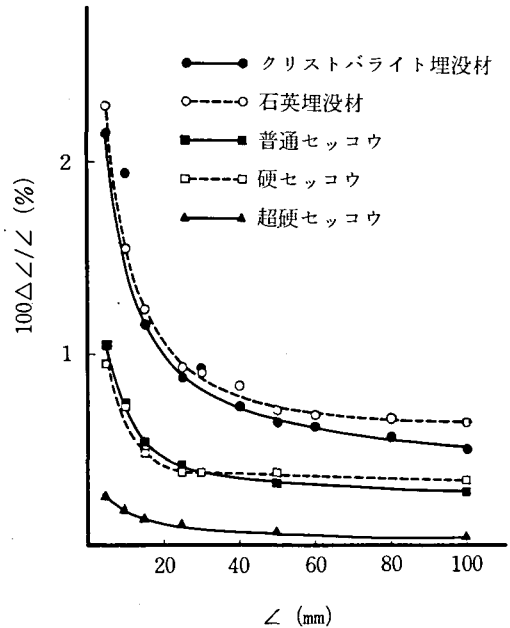


図1：硬化膨張率におよぼす標準距離の影響 (1977, 山根ら)。

において、各埋没材、および、石こうの硬化時膨張率の標準距離依存性を示したグラフである。この図で示されたように、埋没材の硬化時膨張をJIS規格石こう硬化膨張計により測定した場合、標準距離による硬化時膨張率の変化は、明確なものである。しかしながら、このような考え方は、他の分野において例を見ず、また連続体を部分分割すると、その膨張値が大巾に変化することになり、有限要素法等の数値解析を行う上で、非常な困難性を発現することとなる。もちろん微分、積分等の手法も使用できない。以上の点から、この図に表われた標準距離依存性は、測定装置の影響によるものと考えるのが妥当であろう。

このような観点から考えると、JIS規格石こう硬化膨張計は、埋没材と測定器壁面とが複雑に関連しており、その影響を算出することは困難である。山根らは、"齒科鑄造体の精度に関する研究(第2報)"<sup>6)</sup>において、窩洞径の寸法変化に関与する要因について報告している。本報はその同心円状鑄型内径の硬化時変化のデータについて、測定状態の影響がどの程度生じているか検討を加えた。

図2は、測定状態を示したもので、リング径と鑄型内径を変えることによって、標準距離を変化させている。埋没材の硬化時の特性は、明らかに

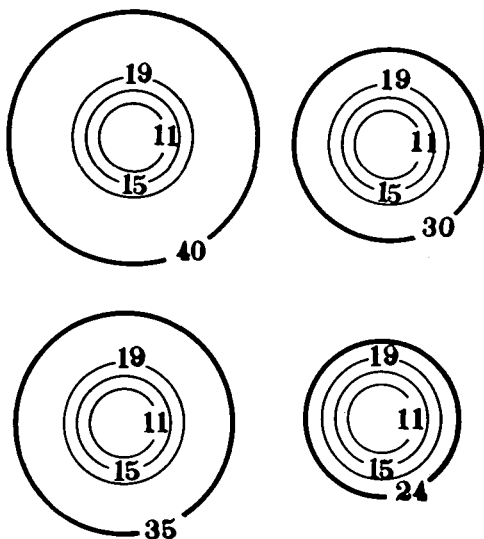


図2：同心円状鋳型の内径とリング径（1966，山根ら）。

されておらず，本報は，埋没材を弾性体であると仮定して検討した。

肉厚円筒（内径  $2a$ ，外径  $2b$ ）の弾性体に，内圧  $P_i$ ，外圧  $P_o$  が働いた場合，中心より  $r$  における半径方向の変位  $U_r$  は，ヤング率を  $E$ ，ポアソン比を  $\mu$  とすると，

$$U_r = \frac{1-\mu}{E} \frac{a^2 P_i - b^2 P_o}{b^2 - a^2} r + \frac{1+\mu}{E} \frac{a^2 b^2 (P_i - P_o)}{(b^2 - a^2) r} \dots\dots(1)$$

のように表わされる<sup>10)</sup>。なおこれらの数式における記号は表1にまとめて示す。

埋没材の硬化時変化（標準膨張率を  $\alpha$  とする）を考えると，山根らの測定値は，いったん  $\alpha$  だけ膨張した肉厚円筒が，リングに加わる圧力と等しい大きさの外圧によって変形をうける場合に当る。実験は，硬化時膨張発現と同時に鋳型成型用金型を取りはずす。したがって1式の  $P_i$  は0となる。いったん， $\alpha$  だけ自由膨張するから， $a \Leftarrow a(1 + \alpha)$ ， $b \Leftarrow b(1 + \alpha)$ ， $r \Leftarrow r(1 + \alpha)$  とすると，内径の変位および外径の変位は，

$$U_{a(1+\alpha)} = - \frac{2ab^2 (1 + \alpha) P_o}{E (b^2 - a^2)} \dots\dots(2)$$

$$U_{b(1+\alpha)} = \frac{-P_o (1 + \alpha) b}{E (b^2 - a^2)} r + \frac{1+\mu}{E} \frac{-a^2 b^2 P_o}{(b^2 - a^2) r} \dots\dots(3)$$

表1：本報における記号の説明

記号	説明
$P_i$	肉厚円筒の内圧
$P_o$	肉厚円筒の外圧
$a, r$	肉厚円筒の内半径，ただし $r$ は山根ら，小園らの結果に対する説明時のみ
$b, R$	肉厚円筒の外半径，ただし $R$ は山根ら，小園らの結果に対する説明時のみ
$U_r$	肉厚円筒の中心より距離 $r$ における変位
$\mu$	材料のポアソン比
$E$	材料のヤング率
$\alpha$	材料の膨張率
$t$	材料の温度変化
$d$	リングの肉厚
$C$	埋没材の圧力によるリング内径の変位
$Z_r$	リング内埋没材円筒の中心より距離 $r$ における変位
$\beta r$	リング内埋没材円筒の中心より距離 $r$ における単位長さ当りのひずみ量
$ez$	肉厚円筒の熱膨張による軸方向の単位当りの伸び
$f$	埋没材の自由硬化時における有効空隙率
$\beta'$	硬化時膨張が抑制による埋没材の体積変化量
$n$	硬化時膨張が抑制されることにより生ずる埋没材中の石英および石こうのひずみ量
$\gamma$	埋没材の脱水による収縮率。

と表わされる。

埋没材は，リングによっておさえられているから，リング内径の変位を  $C$  とすると，埋没材外径の変位は， $U_{a(1+\alpha)} = -\alpha b + C \dots\dots(4)$

となる。リングにも  $P_o$  と同じ大きさの内圧が加わっているから，リングの厚さを  $d$ ，ヤング率を  $E_s$ ，ポアソン比を  $\mu_s$  とすると， $C$  は，

$$C = \frac{bP_o}{E_s} \left\{ \frac{(b+d)^2 + b^2}{(b+d)^2 - b^2} + \mu_s \right\} \dots(5)$$

と表わされる。そこで，3，4，5式より，埋没材に加わる外圧  $P_o$  は，

$$P_o = -EE_s (a^2 - b^2) \alpha / \{ E_s (1 + \alpha) [a^2 + b^2 + \mu (a^2 - b^2)] - E (a^2 - b^2) [ \frac{(b+d)^2 + b^2}{(b+d)^2 - b^2} + \mu_s ] \} \dots(6)$$

と表わされる。

実際に測定されているのは，内径の原径からの変位であるので，それを  $Z_a$  とすると，

$$Z_a = a\alpha + U_{a(1+\alpha)} \dots\dots\dots(7) \text{となる.}$$

6, 7式より,

$$E(a^2 - b^2) \left[ \frac{(b+d)^2 + b^2}{(b+d)^2 - b^2} + \mu_s \right] (a\alpha - Z_a) + \mu (Z_a - a\alpha) (a^2 + b^2) (1 + \alpha) E_s + E_s (1 + \alpha) [(a^2 + b^2) (Z_a - a\alpha) + 2ab^2\alpha] = 0 \dots\dots\dots(8)$$

が成立する。

この8式に、実測値の一部を入れることにより、ヤング率Eおよびポアソン比 $\mu$ が決定され、この値を用いて、7式より、他の実測値に対応する計算値が求められる。

リングの厚さとしては、市販されているリングの平均値を取り、 $d=1.3 \text{ mm}$ 、標準的な埋没材の硬化時膨張率として、 $\alpha=0.0055$ を、リングのヤング率およびポアソン比に、ステンレスのヤング率、 $E_s=2000 \text{ kg/mm}^2$ 、同ポアソン比 $\mu_s=0.30$ を取り<sup>11)</sup>、8式に入れ、実測値として、 $2r=11 \text{ mm}$ 、 $2R=24 \text{ mm}$ 、および $2r=11 \text{ mm}$ 、 $2R=40 \text{ mm}$ における値を用いると、埋没材硬化時のヤング率としては、 $E=198.02 \text{ kg/mm}^2$ 、ポアソン比としては、 $\mu=0.389$ が求まる。以上の定数を用いて、7式より求めた各実測値に対応する値を図3に示す。斜めの実線は、 $2(R-r)\alpha$ を示し、山根らはこの実線より測定値がずれているため、標準距離依存性が存在すると結論している。しかし、前記のような計算により、リングの影響を取り入れてやると、計算値と実測値とは、極めて良く一致している。もちろん、ヤング率、ポアソン比の決定に実測値を使用しているため、この一致が直接的に標準距離依存性を否定するものではない。しかしながら、前記したごとく、この概念を導入す

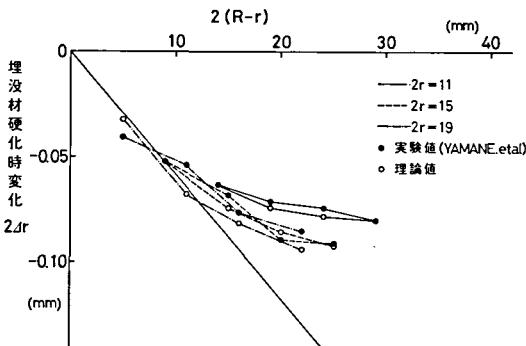


図3：同心円状鋳型内径の硬化時寸法変化

ることによる困難性を考えると、図3のような硬化時膨張の変化は、測定条件の影響によるとするのが妥当であろう。

また、このような極めて良い一致は、埋没材硬化時の変化について、現時点では、粘弾性的、あるいは粉体力学的な複雑な関数を考えるよりも、埋没材を弾性体として取りあつかう方が、より実際的であることを示している。

## 2. 埋没材の加熱時膨張について。

埋没材は、耐火材と結合材によって構成されている。したがって、耐火材と結合材の熱変化を調べることによって、埋没材の加熱時膨張を解明することが可能であると考えられる。実際にこのような観点に立った実験も報告されている<sup>12)13)</sup>。しかし両者の熱変化を使って定量的に合成するところまでには、いたっていない。

埋没材のような複合材料の膨張率は、一般には、各構成要素の体積分率に、その熱膨張率を乗じ、加え合わせることによって得ることができる。そこで、この考えを、三浦ら<sup>12)</sup>の石英埋没材の熱膨張に関する実験結果に対して検討した。

石英の熱膨張は種々の方法によって測定されているが、その報告された膨張率には、かなりの差がある。また実際に使われている石英は粒子の結合体であり、当然その内には空隙が存在し、なお、粒子径によって、 $\alpha$ ,  $\beta$ 転位による膨張率も変化する<sup>14)</sup>。結合材のない状態でこのような変化を測定した報告は酒井<sup>15)</sup>によって行なわれている。粒度分布の関係上、酒井のデータを直接用いることはできないが、太田ら<sup>16)</sup>によって測定された市販埋没材の粒度分布より、対応する値を算出することができる。図4は、このようにして求めた石英の

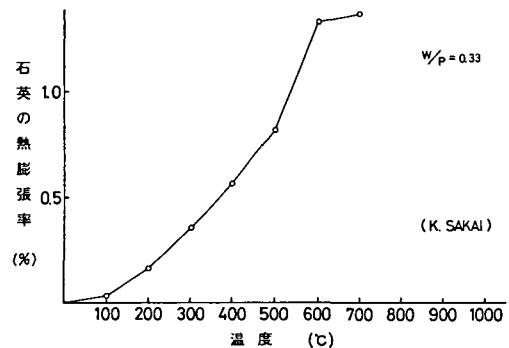


図4：石英の熱膨張曲線

熱膨張曲線である。石こうの熱膨縮率と埋没材の熱膨張率は、三浦ら<sup>12)</sup>のデータを使用し、石こうと、石英の体積分率は、その重量%が、各々20%、80%であるため、石英と石こうの比重の違いを考慮して、石こう25%、石英75%とした。このような各データより算出された結果と実測値とを、図5に示す。

計算値と実測値とは、100°C以上において、まったく一致していない。そこで、実測値と計算値との差を求めてみると、図6のようになる。このような差の生じる原因としては、第1に推定した体積分率に誤りがあることが考えられる。そこで、石英の膨張率から、石こうの膨縮率を引いたものを考える（体積分率を変化させることは、石英の膨張率から石こうの膨張率を引いたものに、変化させる%を乗じたものを、計算値に加えることと同じである。）と、図7のようになり、200°C以上の変化は、図6と良く近似している。200°C付近の違いは、水の影響によるものと考えられる。埋没

材の重量変化を測定すると、図8に示すようになり、水の影響が無くなるのは300°C以上と考えられる。このため200°Cにおいて脱水による収縮が生じることをも考慮に入れて、体積分率を求めると石こう15%、石英85%となり、計算値は図5に示すように実測値と良く一致する。しかしながら比重の大きな石英が、その重量%より大きな体積分率を持つことには疑問を持たざるをえない。

このことは、図7が体積分率を変化させる以外に、埋没材の熱膨張を左右する要因に関係していることが考えられる。

前記した、円形鋳型で熱膨張を測定した小園らの実験は、最大2.57%の熱膨張率を示しており、このように大きな熱膨張率は、石英と石こうの体積分率をどのように変化させても算出できないものである。

この実験は、図9に示すように、外部のリングと内部の金型円柱の間に埋没材を流しこみ、硬化後内部の金型とリングを取りはずし、加熱時には埋没材が自由に膨張する状態下において測定されている。

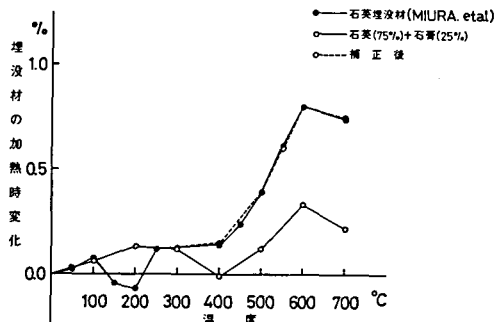


図5：埋没材加熱時変化の実測値(三浦ら, 1959)と理論値との比較。

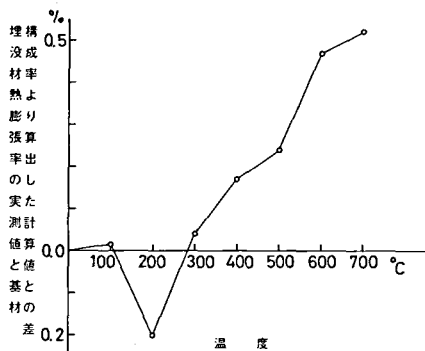


図6：埋没材加熱時変化の実測値(三浦ら, 1959)と理論値との差。

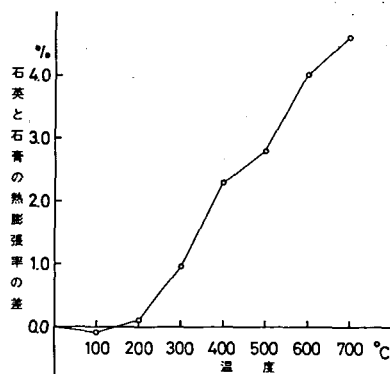


図7：石英と石こうの熱膨張率の差

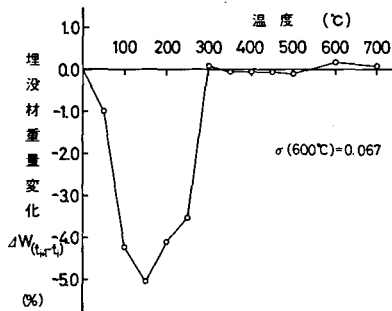


図8：埋没材の温度による重量変化

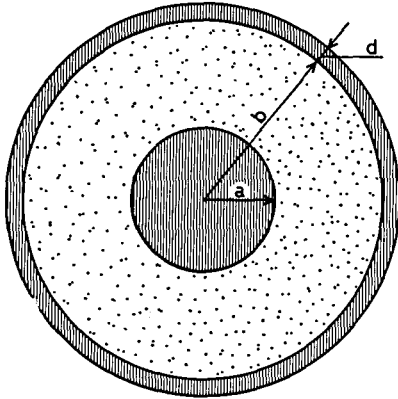


図9：小園らの実験における埋没状態

図10は、小園らの測定値の一部を示したものである。このように、大きな加熱時膨張が表われた原因は、2つ考えられる。第1は、加熱時の温度不均一である。しかしながら、昇温速度が50°C/10 min であること、膨張量が標準的な値の2倍以上に達していることを考えると、温度不均一性によるものとは不適当であろう。第2は、硬化時膨張の抑制による影響である。

この実験は、加熱時に自由膨張となっているが、埋没材硬化時には、リングと金型によって硬化時膨張が抑制されている。硬化時膨張がどの程度おさえられるか考えてみると、山根らの報告に対する考え方とほぼ同様な考え方が適応できる。

1式において、 $a \leftarrow (1+\alpha) a$ ,  $b \leftarrow (1+\alpha) b$ ,  $r \leftarrow (1+\alpha) r$  とすると、中心より  $r$  における変位は、

$$U_r(1+\alpha) = \frac{1-\mu}{E} \frac{a^2 P_i - b^2 P_o}{b^2 - a^2} (1+\alpha) r + \frac{1+\mu}{E} \frac{a^2 b^2 (P_i - P_o)}{(b^2 - a^2) r} (1+\alpha) \dots\dots\dots(9)$$

となる。図9のような場合を考えると、 $r = a$  において、変位を0としてもさしつかえなく、 $r = b$  における変位を  $c$  とすると、

$$a\alpha + U_a(1+\alpha) = 0 \dots\dots\dots(10)$$

$$b\alpha + U_b(1+\alpha) = c \dots\dots\dots(11)$$

$$c = \frac{b P_o}{E s} \left[ \frac{(b+d)^2 + b^2}{(b+d)^2 - b^2} + \mu s \right] \dots\dots\dots(12)$$

となる。

式10, 11, 12より、内圧  $P_i$ , 外圧  $P_o$  は、

$$P_o = \alpha (b^2 - a^2) (1 + \mu) / \left\{ \frac{1 + \alpha}{(b^2 - a^2) E} [(a^2 + b^2)^2 \dots\dots\dots \right.$$

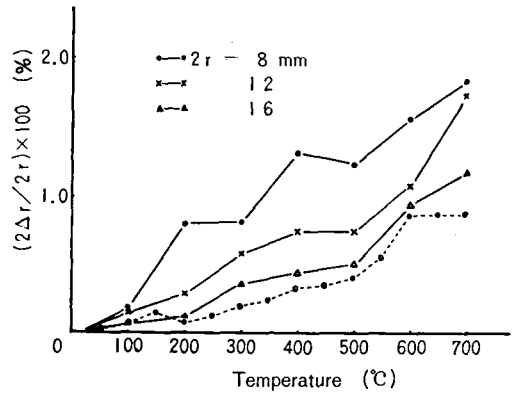


図10：円形鑄型の熱変化（小園らによる）

$$-\mu^2 (a^2 - b^2)^2 - 4a^2 b^2 \} + \frac{1}{E s} \left[ \frac{(b+d)^2 + b^2}{(b+d)^2 - b^2} + \mu s \right] [a^2 + b^2 + \mu (b^2 - a^2)] \dots\dots\dots(13)$$

$$P_i = P_o \frac{2b^2(1+\alpha) + (a^2 + b^2) E \alpha / P_o}{(1+\alpha) [a^2 + b^2 + \mu (b^2 - a^2)]} \dots\dots\dots(14)$$

と表わされる。

中心より距離  $r$  における変位  $Z_r$  は、

$$Z_r = \alpha r + U_r (1 + \alpha) \dots\dots\dots(15)$$

であるから、同点における単位長さ当りのひずみ  $B_r$  は、

$$B_r = \frac{dZ_r}{dr} - \alpha = \frac{1-\mu}{E} \frac{a^2 P_i - b^2 P_o}{b^2 - a^2} (1 + \alpha) - \frac{1+\mu}{E} \frac{a^2 b^2 (P_i - P_o)}{(b^2 - a^2) r^2} (1 + \alpha) \dots\dots\dots(16)$$

となる。

次に、鑄型の熱膨張について考える。軸に対して不均一な熱膨張係数をもつ肉厚円筒の熱膨張による変位  $U_r$  は、

$$U_r = \frac{1}{r} \frac{1+\mu}{1-\mu} \int_a^r \alpha' t r dr + \frac{1}{r} \frac{1+\mu}{1-\mu} \frac{a^2}{b^2 - a^2} \int_a^b \alpha' t r dr + r \left[ \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{1-\mu} \frac{1}{b^2 - a^2} \int_a^b \alpha' t r dr - \mu e z \right] \dots\dots\dots(17)$$

と表わされる<sup>17)</sup>。ただし  $e z$  は軸方向の単位伸び  $\alpha'$  は熱膨張係数、 $t$  は温度変化である。今温度は均一であるとしているから、 $\alpha'$  が決定されれば、式17より各部の変位がわかる。

$\alpha'$  の決定には各構成要素の熱膨張率が必要である。そこで、小園らの実験において用いられた、

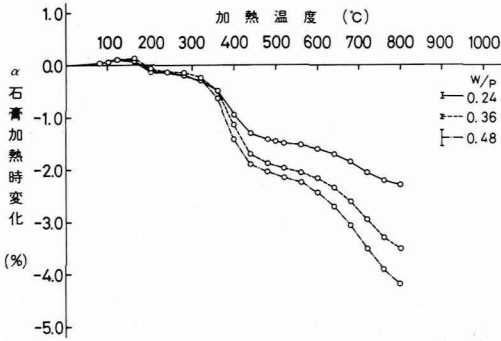


図11: α 石膏の加熱時変化

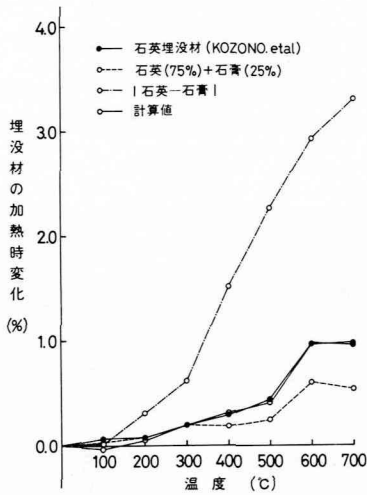


図12: 石英埋没材における熱膨張の実測値との関係

石英埋没材と同系統のα石膏(GC, ニュープラストーン, 標準混水比 0.24)の熱膨張縮を測定すると, 図 11 に示すようになる。石英の熱膨張として, 前述のような理由により図 4 を用い, α石膏の熱膨縮量は標準混水比のものをを用いると, 石英埋没材熱膨張の実測値と計算値との関係は, 図 12 に示すようになる。ここにおいても, 300°C 以上において計算値は, 実測値と大きな差が生じ, 石英の熱膨張と石膏の熱膨張の差によって補正してやると, 良い一致が得られた。

図 13, 14, 15 は埋没材組織の X 線マイクロアナライザーによる面分析の結果で, Si, Ca, C の分布を示している。試料は標準混水比で練和した石英埋没材である。埋没材はエポキシ樹脂浸漬し, 減圧下でその空隙に樹脂浸透させた。この SiO<sub>2</sub> と石膏の組織から, 両者は図 16 のような関係にある

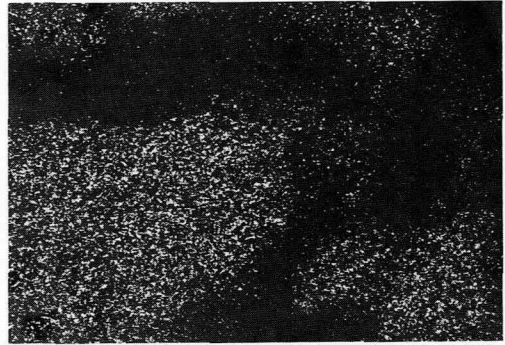


図13: X線マイクロアナライザーによる石膏系埋没材の面分析 (S: 石英に対応)

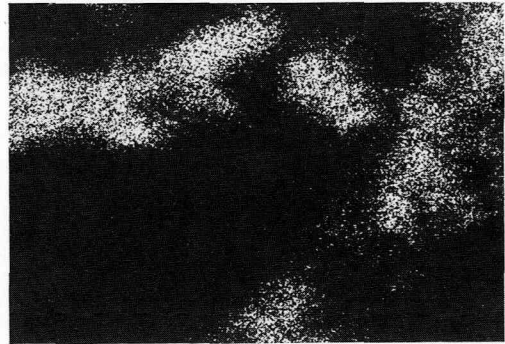


図14: X線マイクロアナライザーによる石膏系埋没材の面分析 (Ca: 石膏に対応)

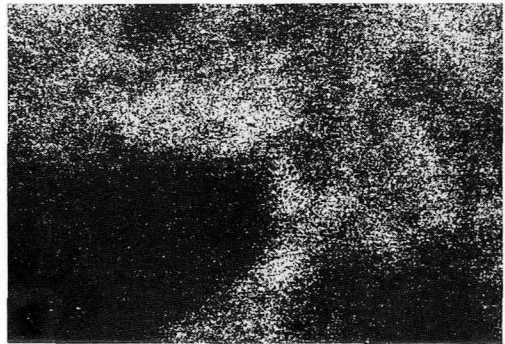


図15: X線マイクロアナライザーによる石膏系埋没材の面分析 (C: 空隙に対応)

ことが考えられる。この図から, 石英が膨張した場合, あるいは石膏が収縮した場合, 両者によって構成される埋没材は膨張することになる。また, この石膏の収縮によって生ずる膨張力は, 石膏の収縮量および石膏と石英の接点数に比例する。すなわち埋没材の膨張力は, 石英の熱膨張と

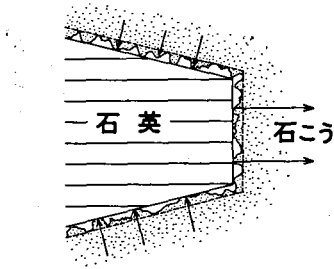


図16：硬化埋没材中の石英と石こうの関係を示す模式図

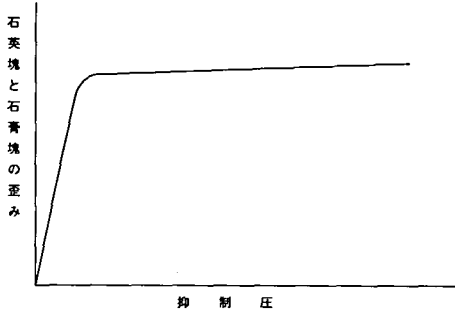


図17：石英塊と石こう塊の埋没材硬化圧によるひずみ。

石こうの熱膨縮量の差に比例し、かつ、石英と石こうの接点数に比例する成分を持つ。

図15はCの分布を示すもので、これは埋没材の空隙に浸入したエポキシ樹脂を示すものである。粉体粒子の接点数は空隙率に反比例することが知られている<sup>17)</sup>。

以上のような考えを取り入れると、 $\alpha_1$ は、

$$\alpha' = a_1 \alpha_1 + a_2 \alpha_2 \left( \frac{f}{f + \beta' + n} \right) \dots\dots\dots (18)$$

と表わすことができる。ここで $\alpha_1$ は、(石英の熱膨張率×石英の体積分率) + (石こうの熱膨縮率×石こうの体積分率)、 $\alpha_2$ は、(石英の熱膨張率と石こうの熱膨縮率との差の絶対値)、 $a_1, a_2$ は図12における最適係数、 $f$ は自由硬化時における有効空隙率(全体の空隙率が上記した様な接点数に関係するのではなく、石英と石こうの接点空隙率のみが関係する。)、 $\beta'$ は硬化時膨張の抑制による体積変化量、 $n$ は硬化時膨張の抑制による、石英および石こうのひずみ量である。もちろん硬化時に抑制が働かない場合、 $\beta' = 0, n = 0$ となり、 $\alpha'$ は標準的な熱膨張率に一致する。

小園らの実験によって求められているのは、鋳型内径の変化率であるから、式17において、 $r =$

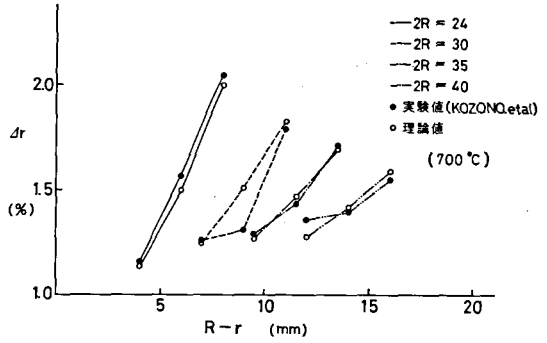


図18：円形鋳型の熱変化の実測値と理論値との比較（鋳型温度700°C）

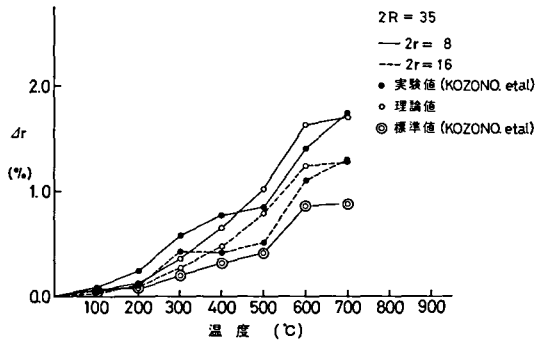


図19：円形鋳型の熱変化の実測値と理論値との比較（リング径35mm）

$a$  とし、18式を用いると、内径の熱膨張量は、

$$Ua = \frac{2a}{b^2 - a^2} \int_a^b \left[ a_1 \alpha_1 + a_2 \alpha_2 \left( \frac{f}{f + \beta' + n} \right) \right] r dr \dots\dots (19)$$

と表わされる。この式において、 $\beta' = 3\beta + 3\beta^2 + \beta^3$ であり、 $f$ と $n$ とは、小園らの実験値より決定する事ができる。

しかし、石英埋没材に対しては、山根らのリング内同心円状鋳型寸法の測定に相当する実験が行われておらず、埋没材硬化時のヤング率とポアソン比を決定することができない。したがって、 $\beta$ を決定することができなくなるが、ここでは、山根らの実験値が石英埋没材にも適応できると仮定し、検討を加えた。

石英埋没材の硬化時膨張率を0.5%とすると、硬化時のヤング率は231.16 kg/mm<sup>2</sup>、ポアソン比は、0.47となる。ただし、リングの特性等については、埋没材硬化時膨張の所で採用したものを用了。  $a_1, a_2$ は図12に示す様に最小二乗法により求め、 $a_1 = 1.013, a_2 = 0.116$ とし、200°Cにおける水分変化による収縮を0.076%とした。 $f$ と $n$ は



小園らの、同心円状鑄型の熱膨張の実験において、鑄型外径 24 mm のデータより、 $f=0.88\%$ 、 $n=0.475\%$ と決定した。 $n$ の値は本来硬化時膨張の抑制圧によって変化するものであるが、埋没材が石英と石こうより構成されている事を考え、かつ、 $n$ の発生時が埋没材硬化時であることも考え合せると、 $n$ の抑制圧に対する変化は、図 17 に示すようになると考えられる。そこで、ここでは、 $n$ を一定であると仮定した。

以上のような数値と式 19 を用いて求めた理論値と小園らの実験値との比較を図 18~20 に示す。図 18 は、鑄型温度 700°C に対するもので、黒丸が実験値、白丸が理論値である。全鑄型外径、内径にわたって良い一致が見られる。実験値と理論値のずれは、最大で  $19\mu$ (外径 30 mm, 内径 12 mm)、最少  $0.9\mu$ (外径 24 mm, 内径 16 mm) であり、最大値以外は、 $10\mu$ 以下であった。

図 19 は、鑄型外径 35 mm, 内径 8 mm, 16 mm, における各温度の実測値と、理論値との比較である。黒丸は実験値、白丸は理論値、二重丸は標準的な熱膨張値である。標準的な値よりは、良い一致が見られるものの、大きくずれる温度も見られる。このような違いは、構成要素の特性値に誤差がふくまれていたためと思われる。また  $a_1$  は本来 1.0 となるべきものである。そこで、図 12 において、 $a_1$  を 1.0 に固定し、 $a_2$  を変化させることにより、自由硬化埋没材の熱膨張の理論値が標準的な実測値と一致するようにすると、鑄型外径 35 mm, 内径 8 mm, 16 mm における、各温度の小園らの実測値と理論値は図 20 に示すようになる。水の影響が考えられなくなる 300°C 以上においてのみ比較すると、400°C 以上において良い一致を

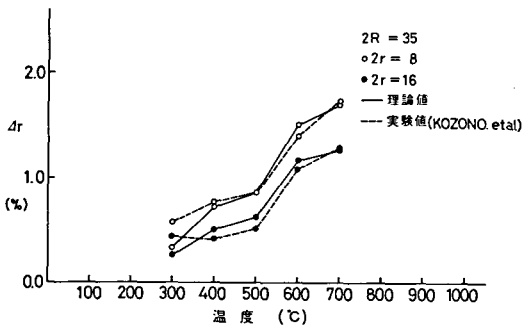


図 20: 円形鑄型の熱変化の実測値と理論値との比較 (19式において、 $a_1=1.0$ とした場合)

見ることができた。このことは、 $a_2$  が鑄型温度によって変化するとも考えられるが、むしろ  $f$  あるいは  $n$  の値が温度によって変化すると考えるか、各仮定および測定値による誤差が  $a_2$  を変化させることにより、打ち消されたと考えるのが適切であろう。この点に関しては、今後埋没材の硬化時特性値、硬化埋没材の体積分率、埋没材中の石こうの混水比等を調らべることによって明確になると考えられる。

以上のような実測値と理論値の一致により、前述した、石英の熱膨張率-石こうの熱膨縮率、の項は、各体積分率の違いにとるべきではなく、図 13 に示したような膨張圧が生じるためと考えるのが妥当である。また、小園らの実験値<sup>9)</sup> が標準的な熱膨張値より大きくずれるのは、埋没材の硬化時膨張の抑制によるものである。

ところで、18式の  $\frac{f}{f+\beta+n}$  の項は、硬化時膨張の抑制のみによって生じるものではなく、より一般的に耐火材と石こうとの接点数(接点空隙率)が変化する場合に適応できるものである。そこで、18式を、より一般的に書き改めると、

$$\alpha = a_1 + a_2 a \left( \frac{f}{f+\beta} \right) \dots\dots\dots(20)$$

と表わすことができる。

ただし、 $a_1$  は耐火材の熱膨張率と体積分率との積と、石こうの熱膨縮率と体積分率との積の和。 $a_2$  は、耐火材の熱膨張率と石こうの熱膨縮率の差の絶対値、 $a$  は、各埋没材固有の係数。 $f$  は、耐火材と石こうの接点空隙率。 $\beta$  は、耐火材と石こうの接点空隙率の変化である。

結 論

石こう系埋没材の硬化時および加熱時の変化における、山根らおよび小園らにより報告されている標準距離依存性について検討を加え以下の結論を得た。

1. 埋没材の硬化時膨張は、リング、パターン等の外的影響をうけ、鑄型の硬化時変形は、実測値より決定されるヤング率とポアソン比を持つ弾性体の変形と同一となる。

2. 自由熱膨張率 ( $\alpha$ ) は、硬化時膨張の抑制による影響を大きく受け、埋没材中の水の影響がなくなる 300°C 以上の埋没材温度において、以下の式で与えられる。

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 a \left( \frac{f}{f + \beta} \right) - \gamma$$

$\alpha_1$ ：耐火材熱膨張率×耐火材の体積分率+石こう熱膨縮率×石こうの体積分率

$\alpha_2$ ：耐火材熱膨張率と石こう熱膨縮率の差の絶対値。

$a$ ：埋没材固有の係数。

$f$ ：耐火材—石こう間，接点空隙率。

$\beta$ ：耐火材—石こう間，接点空隙率の外的影響による変化率。

$\gamma$ ：200°C 付近における脱水による収縮率。

#### 参 考 文 献

- 1) 上新和彦，黒田拓治 (1971) 鑄造体の厚さに関する研究. 歯理工誌, 23: 72—78.
- 2) 西岡二二夫 (1974) 鑄造時膨脹変化の異方性に関する基礎的研究. 九州歯会誌, 28: 355—378.
- 3) 提定美，井田一夫，福岡正泰，宮川千市 (1978) 鑄型の熱変形に関する有限要素解析. 歯材器誌, 35: 159—169.
- 4) 永沢栄，伊藤充雄，中西哲生，市川明彦，高橋重雄 (1978) 精密鑄造に関する研究，その8. 有限要素法による鑄型の熱変形の解析. 松本歯学, 4: 139—149.
- 5) 山根正次，若松良徳 (1966) 歯科鑄造体の精度に関する研究 (第1報) アスベスト裏装の影響について. 歯理工誌, 13: 16—21.
- 6) 山根正次，若松良徳 (1966) 歯科鑄造体の精度に関する研究 (第2報) 窩洞径の寸法変化に関する要因について. 歯理工誌, 13: 22—25.
- 7) 山根正次，若松良徳 (1967) 歯科鑄造体の精度に関する研究 (第3報) 埋没材の硬化膨脹について. 歯理工誌, 14: 60—64.
- 8) 成田洋之，太田克子，澤田武仁，澤田康仁，長谷川二郎，上村晋也 (1968) 埋没材の硬化時条件が加熱時膨脹に及ぼす影響. 愛院大歯誌, 6: 308—311.
- 9) 小園凱夫，林一郎，西岡二二夫 (1971) 鑄造窩の寸法変化に関する研究. 第1報，鑄造窩の熱膨脹と埋没材リングとの関係. 九州歯会誌, 25: 130—135.
- 10) S. Timosheuko, 北畠顯，片山健次郎，訳 (1955) 材料力学下. 166. コロナ社，東京.
- 11) 飯田修一，大野和郎，神前照，熊谷寛夫，沢田正三 (1969) 物理定数表, 77, 朝倉書店，東京.
- 12) 三浦維四，佐々木悦男 (1959) 歯科精密鑄造法に関する研究 (第2報) 石膏および石膏埋没材の熱膨脹について. 歯材研報, 2: 50—80.
- 13) 小堀潔，河野篤 (1967) クリストバライト埋没材の加熱・冷却・再加熱による膨脹変化. 歯材器誌, 16: 40—46.
- 14) 久保輝一郎，中川有三，水渡英二，早川宗八郎 (1962) 粉体. 320. 丸善，東京.
- 15) 酒井勲 (1972) 結合材不要の歯科鑄造用高純度シリカ埋没材の研究. 歯材器誌, 26: 1—12
- 16) 太田克子，成田洋之，澤田武仁，澤田康仁，長谷川二郎 (1969) 各種埋没材の理工学的検討. 愛院大歯誌, 7: 138—148.
- 17) 久保輝一郎，中川有三，水渡英二，早川宗八郎 (1962) 粉体, 210. 丸善，東京.